



МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ИМПЕРАТОРА ПЕТРА I»

Региональная интернет-олимпиада по математике 2017 г.

1. Найти наименьшее целое решение неравенства

$$\sqrt{x^2 + 4x - 5} > 6 - x. \text{ Ответ обосновать.}$$

2. При каких значениях параметра a уравнение

$$a \cdot x^6 = e^x$$

имеет одно положительное решение?

3. Найти решение неравенства

$$|x + 3| + |x - 4| \leq 11.$$

4. Найти множество значений функции

$$y = \frac{x}{(x + 2)^2}.$$

5. Найти промежутки возрастания функции

$$y = 6x^3 - 3|x - 1|.$$

6. Определить острые углы прямоугольного треугольника, длины сторон которого образуют геометрическую прогрессию.

7. Найти все значения a , при которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ y + |x| - a = 0; \end{cases} \text{ имеет ровно 4 решения.}$$

8. Построить график функции

$$y = \frac{|\sin x|}{\sin x}.$$

9. Доказать тождество

$$\left[\left(1 - \frac{2}{1-3a} \right) \cdot \left(1 - \frac{9a-9a^2}{3a+1} \right) \right] : 2(1-9a^2) = \frac{-1}{2(1+3a)}.$$

10. Найти решение уравнения

$$\sqrt[3]{1 - \frac{3}{x}} - 2 \cdot \sqrt[3]{\frac{x}{x-3}} = 1.$$

11. Найти решение системы уравнений

$$\begin{cases} 10^{1+\lg(x+y)} = 50, \\ \lg(x-y) + \lg(x+y) = 2 - \lg 5. \end{cases}$$

12. Решить уравнение

$$\sin^4 x + \cos^3 x = 1.$$

13. Найти решение уравнения

$$\log_2(6x - x^2 - 5) = x^2 - 6x + 11.$$

14. При каких значениях x числа $2 \cos \frac{\pi}{6}$, $4 \sin x$, $6 \sin(\pi - x)$ являются последовательными членами арифметической прогрессии?

15. В равнобедренный треугольник с углом при основании α вписан круг радиуса r . Найти площадь треугольника.

16. Пусть M – точка на прямой $y = 1 - x$, а N – точка на параболе $y = x^2 - 5x + 6$. Чему равно наименьшее значение длины отрезка MN ?